

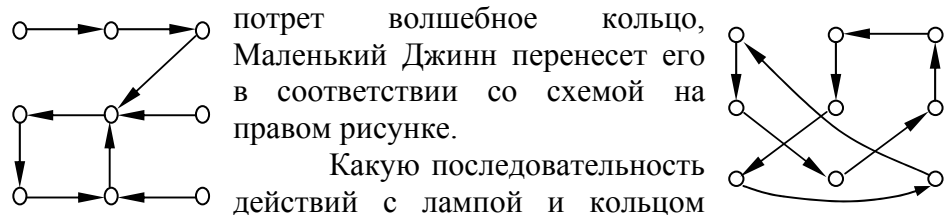
# XII Олимпиада по математике и криптографии

## 2002/2003

1. Два криптографа выясняют, чей шифр содержит больше ключей. Первый говорит, что ключ его шифра состоит из **50** упорядоченных символов, каждый из которых принимает **7** значений. Второй говорит, что ключ его шифра состоит всего из **43** упорядоченных символов, зато каждый из них принимает **10** значений. Чей шифр содержит больше ключей?

2. Порядковый номер каждой буквы алфавита русского языка, состоящего из **32** букв (Е и Ё отождествлены), представлен в двоичной системе счисления пятизначным числом, начиная с нуля. Например, букве **А** соответствует двоичное число **00000**, а букве **Ч** – **10111**. Передача каждой буквы сообщения осуществляется путем передачи каждой из цифр соответствующего пятизначного двоичного числа по отдельному проводу. Криптоша случайно замкнул какие-то два из этих пяти проводов. В результате, на других концах замкнутых проводов появляется **1**, как только по одному из них передается **1**. Найдите переданное слово, если получен текст **ТЕЫЕУТАЦ**.

3. Аладдин находится в подземелье, состоящем из девяти одинаковых залов, причем он не знает в каком именно. Если он потрет волшебную лампу, Большой Джинн перенесет его в другой зал в соответствии со схемой на левом рисунке. Если Аладдин



Какую последовательность действий с лампой и кольцом надо проделать Аладдину, чтобы он мог утверждать, что находится в центральном зале? Выполнять какие либо другие действия, например, ставить отметки в залах не разрешается. Схемы перемещения Аладдину известны.

4. В первую строку таблицы размеров **3×10** вписали менее **10** различных букв русского алфавита (Е и Ё, И и Й, Ь и Ъ

отождествлены). Затем, все оставшиеся буквы в естественном порядке построчно сверху вниз, слева направо вписали в свободные клетки таблицы. Можно ли слово **АСТРАХАНЬ** зашифровать с помощью этой таблицы в слово **БУТЕРБРОД**? Алгоритм шифрования изложен ниже на примере.

Пример: исходное слово **ИКСИ** зашифровывается в слово **ИИНКЕ** с помощью таблицы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ш	и	ф	р	а	б	в	г	д	е
2	ж	з	к	л	м	н	о	п	с	т
3	у	х	ц	ч	щ	ы	ь	э	ю	я

по следующему правилу. Из номеров столбцов таблицы с буквами слова **ИКСИ** составим число **1281** и умножим его на **9**. Получим **11529**. Это будут последовательные номера столбцов таблицы, с буквами шифрованного слова. Соответствующие номера строк таблицы с этими буквами будут - **11221**, где **1221** – соответствующие номера строк с буквами исходного слова, а первая **1** приписывается, если число цифр произведения больше числа букв исходного слова.

Т	С	У	О	Н	О	К	Р
Е	У	В	Н	Ь	П	Е	И
И	Н	К	Е	У	Д	О	И
Е	Л	О	Н	М	Р	П	
М	П	Е	О	А	О	Й	И
О	К	А	Н	Н	Н	А	Т
Т	Н	Е	Н	А	К	Л	Ь
У	М	Е	М	О	Н	В	

5. Предложение на русском языке в соответствии с некоторым правилом вписано в клетки таблицы слева. Найдите это правило и прочитайте предложение.

6. На плоскости изображен отрезок. Используя только циркуль, постройте середину этого отрезка. (Точка считается построенной, если она есть результат пересечения или касания окружностей).

7. Найдите:
- последнюю цифру числа  $2^{2002}$ ,
  - три последние цифры числа  $2^{2002}$ .